Делимость суммы и разности

Разминка

Найдите два таких простых числа, что и их сумма, и их разность — тоже простые числа.

Задания

1 Как в общем виде записать число, которое делится на 2? На 3?

Какой остаток может давать число при делении на 4? Как записать его в общем виде (в зависимости от остатка)?

2 Выпишите все делители числа

а) 81; б) 113; в) 144.

3 В верхней строке таблицы указаны условия. В левом столбце сформулирован вопрос. Заполните клетки таблицы: если ответ «да», то поставьте «+», если «нет», то «−», если данных недостаточно для однозначного ответа, то «?». Каждый ответ обоснуйте.

	$a \vdots m$ и $b \vdots m$	$a \vdots m$ и $b \nvdots m$	$a \nvdots m$ и $b \vdots m$	$a \nvdots m$ и $b \nvdots m$
$(a+b) \vdots m$?				
$(a-b) \vdots m$?				
$(a \cdot b) \vdots m$?				

4 Каждый ученик 6 класса ходил в лес со своими мамой и папой (у всех детей в классе разные родители). Каждый из учеников собрал по 2 гриба, а каждый из родителей — по 3 гриба. Могли ли они все вместе собрать ровно 100 грибов?

5 Вовочка взял два числа и два других числа, перемножил их попарно — результат оказался одинаковым. Может ли быть так, что

а) все эти числа делятся на одно из них?

б) одно из этих чисел делится на все остальные?

в) ни одно из этих чисел не делится ни на одно другое?

6 Докажите, что

а) сумма любых четырёх последовательных чисел делится на 2;

б) произведение любых двух последовательных чисел делится на 2;

в) произведение любых трёх последовательных чисел делится на 6.

7 *(Математический праздник, 2012, 6.3)* Жители острова Невезения, как и мы с вами, делят сутки на несколько часов, час на несколько минут, а минуту на несколько секунд. Но у них в сутках 77 минут, а в часе 91 секунда. Сколько секунд в сутках на острове Невезения?

Заминка

Расставьте по кругу четыре единицы, три двойки и три тройки так, чтобы сумма любых трёх подряд стоящих чисел не делилась на 3.