

РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ-2

Классная работа

1 Разминка.

Добавьте одночлен либо число A так, чтобы получившееся выражение было полным квадратом. Найдите как можно больше вариантов:

$$x^6 + x^4 + A$$

2 Повторение. Разложите выражение на неразложимые множители с помощью группировки и ФСУ:

1) $b^4 - 4b^2 + 4b - 1$;

2) $a^3 + a^2 - 2ab + 4b^2 + 8b^3$;

3) $x^3 - 6x^2 - 16x + 96$;

4*) $(x + 2y)(x + 2y + 2) - (y - 1)(y + 1)$.

3 Как можно преобразовать выражение, чтобы оно раскладывалось по ФСУ: а) добавить и вычесть какой-нибудь одночлен; б) разделить какое-то слагаемое на сумму двух других. Далее применить группировку и ФСУ.

Разложите на неразложимые множители:

1) $x^2 + 2x - 9y^2 + 12y - 3$

2) $a^8 + 4a^4b^4$

3) $28x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

4) $x^{4n} + x^{2n} + 1$

4 Найдите нечётное число n , большее единицы, такое что $4^{14} + 2^{27} - 8^8$ делится на n .

Решения классной работы

1 Подобрать значение A для полного квадрата.

1) Если x^6 — квадрат первого, x^4 — квадрат второго, то A — удвоенное произведение: $A = 2 \cdot x^3 \cdot x^2 = 2x^5$.

2) Удвоенное произведение может также вычитаться, поэтому второй вариант $A = -2x^5$.

3) Если x^6 — квадрат первого, x^4 — удвоенное произведение, то $A = x^4 : 2 : x^6 = \frac{1}{2x^2}$.

4) Если x^4 — квадрат первого, x^6 — удвоенное произведение, то второе слагаемое в скобке $x^6 : 2 : x^4 = 0,5x^2$. A — его квадрат, то есть $\frac{x^4}{4}$.

5-6) Если $A = -x^4$ и $A = -x^6$, то получится квадрат одночлена. Это тоже подходит.

2 Разложить на множители.

1) $b^4 - 4b^2 + 4b - 1$. Группируем первое с последним, второе с третьим:

$$\begin{aligned} b^4 - 1 - 4b^2 + 4b &= (b - 1)(b + 1)(b^2 + 1) - 4b(b - 1) = \\ &= (b - 1)((b + 1)(b^2 + 1) - 4b) = (b - 1)(b^3 + b^2 + b + 1 - 4b) = \\ &= (b - 1)(b^3 + b^2 - 3b + 1) = (b - 1)^2(b^2 + 2b + 1) \end{aligned}$$

2) $a^3 + a^2 - 2ab + 4b^2 + 8b^3$. Группируем первое с последним (сумма кубов), среднюю группу пока оставляем как есть:

$$(a + 2b)(a^2 - 2ab + 4b^2) + a^2 - 2ab + 4b^2 = (a^2 - 2ab + 4b^2)(a + 2b + 1)$$

3) $x^3 - 6x^2 - 16x + 96$. Группируем первое со вторым, третье с четвёртым:

$$x^2(x - 6) - 16(x - 6) = (x - 6)(x^2 - 16) = (x - 6)(x - 4)(x + 4)$$

4) $(x + 2y)(x + 2y + 2) - (y - 1)(y + 1)$. Перемножим первые две скобки, но не полностью, а вот так:

$$(x + 2y)(x + 2y + 2) = (x + 2y)(x + 2y) + (x + 2y) \cdot 2 = (x + 2y)^2 + 2(x + 2y)$$

Вторые скобки раскроем по формуле разности квадратов и получим:

$$(x + 2y)^2 + 2(x + 2y) - y^2 + 1$$

Первое, второе и последнее слагаемые образуют полный квадрат. Это $(x + 2y + 1)^2$. Получим:

$$(x+2y+1)^2 - y^2 = (x+2y+1-y)(x+2y+1+y) = (x+y+1)(x+3y+1)$$

.

3 Разложить на множители, применив приём.

1) $x^2 + 2x - 9y^2 + 12y - 3$. На основе первых двух слагаемых выделим полный квадрат $(x^2 + 2x + 1)$ и на основе 3-го и 4-го тоже $-(9y^2 - 12y + 4)$. Получим

$$(x^2+2x+1-1)-(9y^2-12y+4-4)-3 = (x+1)^2-1-((3y-2)^2-4)-3 = (x+$$

Далее разложим как разность квадратов и получим

$$(x - 3y + 3)(x + 3y - 1)$$

2) $a^8 + 4a^4b^4$. Вынесем за скобку a^4 :

$$a^4(a^4 + 4b^4)$$

В скобке добавим $4a^2b^2$ (чтобы получился полный квадрат) и вычтем это же выражение:

$$a^4(a^4 + 4b^4 + 4a^2b^2 - 4a^2b^2)$$

Выделим полный квадрат:

$$a^4((a^2 + 2b^2)^2 - 4a^2b^2)$$

Разложим по формуле разности квадратов:

$$a^4(a^2 + 2b^2 - 2ab)(a^2 + 2b^2 + 2ab)$$

3) $28x^3 + 3x^2 + 3x + 1$. Разобьём $28x^3$ на два слагаемых:

$$27x^3 + x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

Четыре слагаемых (кроме второго) образуют полный куб:

$$(3x + 1)^3 + x^3$$

Применим формулу суммы кубов:

$$(4x + 1)((3x + 1)^2 - x(3x + 1) + x^2) = (4x + 1)(7x^2 + 5x + 1)$$

4) $x^{4n} + x^{2n} + 1$. Добавим x^{2n} (чтобы дополнить выражение до полного квадрата) и вычтем его же:

$$x^{4n} + 2x^{2n} + 1 - x^{2n}$$

Выделим полный квадрат:

$$(x^{2n} + 1)^2 - x^{2n}$$

Разложим по формуле разности квадратов:

$$(x^{2n} + 1 - x^n)(x^{2n} + 1 + x^n)$$

4 Найти делитель выражения.

$$4^{14} + 2^{27} - 8^8 = 2^{28} + 2^{27} - 2^{24} = 2^{24} \cdot (2^4 + 2^3 - 1) = 2^{24} \cdot 23.$$

Это выражение делится на 23.