Теорема синусов

9 класс. Общий список заданий.

1 * Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника с острым углом 30°, если известно, что биссектриса, проведённая из вершины прямого угла, равна a.

2 * Боковая сторона равнобокой трапеции равна a, средняя линия равна b, а один из углов при большем основании равен 30°. Найдите радиус окружности, описанной около трапеции.

3 * Основания равнобокой трапеции равны 9 и 21, высота равна 8. Найдите радиус окружности, описанной около трапеции.

4 * Прямая, пересекающая основание равнобедренного треугольника и проходящая через противоположную вершину, делит этот треугольник на два. Докажите, что радиусы окружностей, описанных около этих треугольников, равны.

5 * С помощью теоремы синусов докажите, что биссектриса треугольника делит его сторону на отрезки, пропорциональные двум другим сторонам.

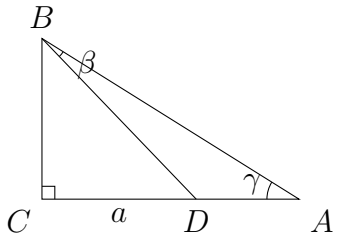
8 * На продолжении стороны AB треугольника ABC за точку B отметили точку D. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ACD, если $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle ADC = 45^\circ$, а радиус окружности, описанной около треугольника ABC, равен 4 см.

9 * На продолжении стороны AB треугольника ABC за точку B отметили точку D. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ACD, если $\angle ABC = 45^\circ$, $\angle ADC = 30^\circ$, а радиус окружности, описанной около треугольника ABC, равен 3 см.

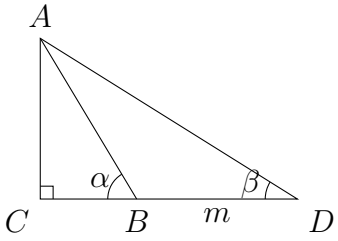
10 * Радиус описанной окружности треугольника ABC равен 6 см. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника AOC, где O — точка пересечения биссектрис треугольника ABC, если $\angle ABC = 60^\circ$.

11 * Радиус описанной окружности треугольника ABC равен 8 см. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника AOC, где O — точка пересечения биссектрис треугольника ABC, если $\angle ABC = 90°$.

12 ** Используя рисунок, найдите отрезок AD, если $CD = a$.



13 ** Используя рисунок, найдите отрезок AC, если $BD = m$.



14 ** На стороне AB треугольника ABC отметили точку M так, что $\angle AMC = \varphi$. Найдите отрезок CM, если $AB = c$, $\angle A = \alpha$, $\angle ACB = \gamma$.

15 ** На стороне AC треугольника ABC отметили точку M так, что $\angle AMB = \varphi$. Найдите отрезок BM, если $AC = b$, $\angle A = \alpha$, $\angle ABC = \beta$.

16 ** В треугольнике ABC $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$. На стороне BC отметили точку D так, что $\angle ADB = \varphi$, $AD = m$. Найдите сторону BC.

17 ** В треугольнике ABC $\angle A = \alpha$, $\angle C = \gamma$. На стороне BC отметили точку D так, что $\angle ADC = \varphi$, $AD = n$. Найдите сторону BC.

18 ** Дан треугольник ABC, в котором $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$. На стороне AB взята точка D, а на стороне AC — точка M, причём CD — биссектриса треугольника ABC, $DM \parallel BC$ и $AM = a$. Найдите CM.

19 ** Дан треугольник ABC, в котором $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$. На стороне AC взята точка D, а на стороне AB — точка M, причём BD — биссектриса треугольника ABC, $DM \parallel BC$ и $AM = a$. Найдите BM.

20 ** Углы треугольника равны α, β и γ, а периметр равен P. Найдите стороны треугольника.

21 ** Углы треугольника равны α, β и γ. Сумма сторон, лежащих против углов α и β, равна m. Найдите все стороны треугольника.

22 ** Одна из боковых сторон трапеции образует с большим основанием угол α, а вторая равна a и образует с меньшим основанием угол β. Найдите среднюю линию трапеции, если меньшее основание равно b.

23 ** Боковые стороны трапеции образуют с большим основанием острые углы α и β. Сторона, образующая угол β, равна a, а большее основание равно b. Найдите среднюю линию трапеции.

24 ** В треугольнике ABC известны сторона $BC = a$ и углы $\angle ABC = \beta$, $\angle ACB = \gamma$. Найдите длину биссектрисы, проведённой из вершины B.

25 *** В треугольнике известны сторона a и два прилежащих к ней угла β и γ. Найдите биссектрису, проведённую из вершины третьего угла.

26 *** Медианы треугольника ABC пересекаются в точке G. Отрезок AG равен m и образует со сторонами AB и AC углы α и β соответственно. Найдите эти стороны.

27 *** Медиана AM треугольника ABC равна m и образует со сторонами AB и AC углы α и β соответственно. Найдите эти стороны.