## Уроки 21–22. Теорема косинусов (и другие тригонометрические формулы)

**Теория.** Докажите формулу, связывающую длины сторон треугольника и его площадь:

$$S = \frac{abc}{4R}.$$

Для этого нужно воспользоваться теоремой синусов и формулой площади треугольника. Добавьте эту формулу в теоретический актив.

### Задачи

**1** * Диагонали выпуклого четырёхугольника равны $c$ и $d$ и пересекаются под углом $45°$. Найдите отрезки, соединяющие середины противоположных сторон четырёхугольника.

**2** * Центр окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, удалён от вершин острых углов на расстояния $a$ и $b$. Найдите гипотенузу.

**3** * Точка $M$ лежит на стороне $BC$ параллелограмма $ABCD$ с углом $45°$ при вершине $A$, причём $\angle AMD = 90°$ и $BM : MC = 2 : 3$. Найдите отношение соседних сторон параллелограмма.

**4** ** Стороны треугольника равны $a$, $b$ и $c$. Найдите биссектрису треугольника, проведённую к стороне $a$.

**5** ** Дан параллелограмм $ABCD$, в котором $AB = a$, $BC = b$, $\angle ABC = \alpha$. Найдите расстояние между центрами окружностей, описанных около треугольников $BCD$ и $DAB$.

**6** *** Даны отрезок $AB$ и на нём точка $C$. Найдите геометрическое место точек пересечения двух равных окружностей, одна из которых проходит через точки $A$ и $C$, другая — через точки $C$ и $B$.

**В решении нужно:**

1) показать, что такие две окружности действительно существуют для любых точек $A$, $B$, $C$;

2) Найти ГМТ и доказать, что любая точка пересечения принадлежит этому ГМТ.

3) Доказать, что любая точка из ГМТ является точкой пересечения окружностей.