Практикум по решению задач с использованием формул тригонометрии

* - уровень 1; ** - уровень 2; *** - уровень 3

---

1. *** Точка M - середина гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC. Серединный перпендикуляр к гипотенузе пересекает катет BC в точке N. Найдите отношение радиуса окружности, описанной около треугольника ANB, к радиусу окружности, описанной около треугольника CBM, если $\operatorname{tg} \angle BAC = 4/3$.

2. *** Точки P, Q и W лежат соответственно на сторонах AB, BC и CD выпуклого четырёхугольника $ABCD$, причём $AP : PB = CQ : QB = CW : WD = 1 : 4$. Радиус окружности, описанной около треугольника PQW, равен 10; $PQ = 16$, $QW = 12$, угол PWQ острый. Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$.

3. * Основания трапеции равны 10 и 24, а боковые стороны - 13 и 15. Найдите площадь трапеции.

4. ** Стороны треугольника относятся как 2 : 3 : 4. В треугольник вписан полукруг, диаметр которого лежит на большей стороне. Найдите отношение площади полукруга к площади треугольника.

5. ** В окружность вписан прямоугольник $ABCD$, сторона AB которого равна a. Из конца K диаметра KP, параллельного стороне AB, сторона BC видна под углом β. Найдите радиус окружности.

6. ** Дан равносторонний треугольник ABC со стороной a. На стороне AB взята точка M. Прямая, проходящая через M параллельно BC, пересекает AC в точке K; прямая, проходящая через M параллельно AC, пересекает BC в точке L. Найдите площадь треугольника KLM, если $KL = d$.

8. ** Три стороны четырёхугольника, вписанного в окружность радиуса $2\sqrt{2}$, равны 2. Найдите четвёртую сторону.

10. ** В параллелограмме отношение меньшей стороны к большей и отношение меньшей диагонали к большей равны 1/2. Из вершины тупого угла A опущена высота AE на большую сторону CD. Найдите отношение $DE : CE$.

11. * Внутри угла в 60° расположена точка, расстояния от которой до сторон угла равны $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Практикум по решению задач с использованием формул тригонометрии

* - уровень 1; ** - уровень 2; *** - уровень 3

---

12. * Основания равнобедренной трапеции равны 21 и 9, а высота равна 8. Найдите радиус описанной около неё окружности.

13. ** В прямоугольной трапеции $ABCD$ основание AB в 1,5 раза больше диагонали AC. Углы BAD и ADC прямые, $\angle DCA = \angle BCA$, боковая сторона AD равна 4. Найдите площадь трапеции.

14. ** Высоты равнобедренного остроугольного треугольника ABC, в котором $AB = BC$, пересекаются в точке O. Найдите площадь треугольника ABC, если $AO = 5$, а высота AD равна 8.

15. ** Точка M лежит на стороне BC параллелограмма $ABCD$, причём $\angle DAB = 45°$, $\angle AMD = 90°$ и $BM : MC = 2 : 3$. Найдите отношение $AB : AD$.

16. * Боковая сторона равнобедренной трапеции равна a, средняя линия равна b, а угол при большем основании равен 30°. Найдите радиус описанной около трапеции окружности.

17. ** Равносторонний треугольник ABC со стороной a и два ромба $ACMN$ и $ABFE$ расположены так, что точки M и B лежат по разные стороны от прямой AC, а точки F и C - по разные стороны от прямой AB. Найдите расстояние между центрами ромбов, если $\angle EAB = \angle ACM = \alpha$, где $\alpha < 90°$.

18. * Точка M лежит на диаметре окружности радиуса R на расстоянии a от её центра. Найдите сумму квадратов расстояний от M до концов любой хорды, параллельной этому диаметру.

19. *** В треугольнике ABC на стороне BC взята точка P, а на стороне AC - точка M. Отрезки AP и BM пересекаются в точке O. Известно, что треугольники BOP, AOM и BOA подобны, $BM = 1$, $\cos \angle ABC = 0{,}6$. Найдите площадь треугольника ABC.

20. ** В треугольник ABC со стороной $BC = 9$ вписана окружность, касающаяся BC в точке D. Известно, что $AD = DC$ и $\cos \angle BCA = 2/3$. Найдите AC.

Практикум по решению задач с использованием формул тригонометрии

* - уровень 1; ** - уровень 2; *** - уровень 3

---

21. * Найдите площадь треугольника, если две его стороны равны 1 и $\sqrt{13}$, а медиана, проведённая к третьей стороне, равна 2.

23. ** На сторонах AB и AC треугольника ABC взяты соответственно точки M и N так, что $MN \parallel BC$ и $AM : MB = 2 : 3$. Отрезки BN и CM пересекаются в точке O. Площадь треугольника AMN равна 28. Найдите площадь треугольника BOC.

24. ** В треугольнике ABC даны стороны $AB = 14$, $AC = 21$, $BC = 25$. Биссектриса угла BAC пересекает сторону BC в точке D. Найдите AD.

25. ** Из точки P, лежащей вне окружности с центром O, проведены касательные PA и PB, где A и B - точки касания. Прямая PO пересекает окружность в точках C и D, причём C лежит между P и D. Известно, что $PC = 5$, $PD = 45$. Найдите AB.

26. * Точка P лежит на стороне BC треугольника ABC с углом 60° при вершине A. В треугольники APB и APC вписаны окружности с центрами D и T соответственно. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ADT, если $PD = 7$, $PT = 4$.

27. * Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD, если $BC = 19$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 95° и 115°.

28. * В равностороннем треугольнике ABC со стороной a проведена средняя линия MN, параллельная AC. Через точку A и середину MN проведена прямая, пересекающая BC в точке D. Найдите AD.