Тест по теории перед контрольной

Формулы

1. Синус двойного угла.
2. Косинус половинного угла.
3. Синус суммы двух углов.
4. Площадь треугольника через две стороны и угол между ними.
5. Площадь треугольника через три стороны и радиус описанной окружности.
6. Длина медианы m_a через стороны треугольника.
7. Косинус двойного угла (три вида записи).
8. Синус половинного угла.
9. Косинус суммы двух углов.
10. Площадь параллелограмма через две стороны и угол между ними.
11. Площадь выпуклого четырёхугольника через диагонали и угол между ними.
12. Длина биссектрисы l_a через стороны b, c и половину угла A.
13. Формула приведения для $\cos(90^\circ + \alpha)$.
14. Теорема косинусов для стороны c.
15. Длина биссектрисы l_a через три стороны треугольника.
16. Формула приведения для $\sin(90^\circ - \alpha)$.

Формулы с доказательствами

1. В треугольнике ABC обозначено $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$, $C = \angle ACB$. Выведите формулу

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C.$$

2. В треугольнике ABC точка M – середина BC. Обозначено $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$. Выведите формулу длины медианы:

$$AM = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}.$$

3. В треугольнике ABC отрезок AL – биссектриса угла A, $L \in BC$. Обозначено $b = CA$, $c = AB$. Выведите формулу

$$AL = \frac{2bc}{b+c}\cos\frac{A}{2}.$$

4. Диагонали $AC = d_1$ и $BD = d_2$ выпуклого четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке O. Пусть $\varphi = \angle AOB$. Выведите формулу

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}d_1 d_2 \sin\varphi.$$

Задачи

1. В окружности проведены хорды AB и BC, причём $AB = \sqrt{3}$, $BC = 3\sqrt{3}$, $\angle ABC = 60^\circ$. Найдите длину той хорды окружности, которая делит угол ABC пополам.

2. В $\triangle ABC$ вписана окружность, которая касается сторон AB, BC, AC в точках M, D, N соответственно. Найдите MD, если известно, что $NA = 2$, $NC = 3$, $\angle BCA = 60^\circ$.

3. В трапеции $ABCD$ основание $AD = 16$, а боковая сторона $CD = 8\sqrt{3}$. Окружность, проходящая через точки A, B, C, пересекает прямую AD в точке M, $\angle AMB = 60^\circ$. Найдите MB.